પ્રકરણ 7

રાશિઓની તુલના

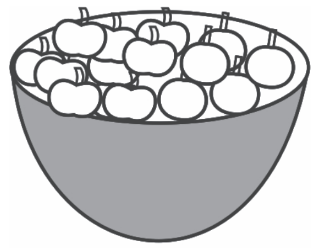
GTZMD3

7.1 ગુણોત્તર અને ટકાવારીનું પુનરાવર્તન

આપણને ખબર છે કે ગુણોત્તર એટલે બે રાશિઓની સરખામણી.

એક ટોપલીમાં બે પ્રકારનાં ફળો છે. તેમાં 20 સફરજન અને 5 નારંગી છે.

તો નારંગીની સંખ્યા અને સફરજનની સંખ્યાનો ગુણોત્તર = 5 : 20.



અપૂર્ણાંકનો ઉપયોગ કરી આ સરખામણી આ રીતે થઈ શકે $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

નારંગીની સંખ્યા એ સફરજનની સંખ્યા કરતાં $\frac{1}{4}$ જેટલી છે

ગુણોત્તરના રૂપમાં તે 1 : 4 લખાય અને "1 જેમ 4" એમ વંચાય છે.

અથવા

સફરજનની સંખ્યા અને નારંગીની સંખ્યાનો ગુણોત્તર $\frac{20}{5} = \frac{4}{1}$ એટલે કે સફરજનની સંખ્યા એ નારંગીની સંખ્યા કરતાં 4 ગણી છે.

આ સરખામણી ટકાવારી દ્વારા પણ થઈ શકે છે.

અહીં 25 ફળો પૈકી 5 નારંગી છે, તેથી નારંગીની ટકાવારી

$\frac{5}{25} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{100} = 20\%$

[છેદમાં 100 લાવવા]

અથવા

એકમની રીતે :

અહીં 25 ફળો પૈકી નારંગીની સંખ્યા 5 છે, તેથી 100 ફળોમાંથી નારંગીની સંખ્યા

$\frac{5}{25} \times 100 = 20$

આમ, ટોપલીમાં માત્ર સફરજન અને નારંગી જ હોય

તો સફરજનની ટકાવારી + નારંગીની ટકાવારી = 100

અથવા સફરજનની ટકાવારી + 20 = 100

અથવા સફરજનની ટકાવારી = 100 − 20 = 80

એટલે કે ટોપલીમાં 20% નારંગી અને 80% સફરજન છે.

ઉદાહરણ 1 : શાળામાં ધોરણ VII માટે પ્રવાસ નક્કી કરવામાં આવે છે. જેમાં કુલ વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યામાંથી 60% છોકરીઓ છે અને તેમની સંખ્યા 18 છે.

પ્રવાસનું સ્થળ શાળાથી 55 કિમી દૂર છે અને પરિવહન સંસ્થા ₹ 12 પ્રતિ કિમી વસૂલ કરે છે. અલ્પાહારની કુલ કિંમત ₹ 4280 છે.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

શું તમે કહી શકશો કે,

1. વર્ગમાં છોકરીઓની સંખ્યા અને છોકરાઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર કેટલો ?
2. જો બે શિક્ષકો વર્ગ સાથે જતાં હોય તો વ્યક્તિ દીઠ ખર્ચ કેટલો ?
3. જો પ્રવાસનું પ્રથમ વિરામ સ્થળ શાળાથી 22 કિમી દૂર હોય તો તે પ્રવાસના કુલ 55 કિમીના કેટલા ટકા થાય ? પ્રવાસમાં બાકી રહેલ અંતરની ટકાવારી શું થાય ?

ઉકેલ :

1. છોકરીઓ અને છોકરાઓનો ગુણોત્તર શોધવા માટે
   આશિમા અને જ્હોન નીચે મુજબ જવાબ આપે છે.
   તેમણે છોકરાઓની સંખ્યા અને વિદ્યાર્થીઓની કુલ સંખ્યા શોધવાની છે.

આશિમાની રીત

ધારો કે, વિદ્યાર્થીઓની કુલ સંખ્યા x છે.

x ના 60% છોકરીઓ છે.

$\therefore$ x ના 60% = 18

$\frac{60}{100} \times x = 18$

અથવા $x = \frac{18 \times 100}{60} = 30$

વિદ્યાર્થીઓની કુલ સંખ્યા = 30

અથવા

જ્હોને એકમની રીત વાપરી

100 વિદ્યાર્થીઓમાંથી 60 છોકરીઓ છે.

$\frac{100}{60}$ વિદ્યાર્થીઓમાંથી 1 છોકરી છે,

તો કેટલા વિદ્યાર્થીઓમાંથી 18 છોકરીઓ હશે ?

વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા $= \frac{100}{60} \times 18$

$= 30$

તેથી છોકરાઓની સંખ્યા = 30 − 18 = 12

હવે, છોકરીઓની સંખ્યા અને છોકરાઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર 18 : 12 અથવા $\frac{18}{12} = \frac{3}{2}$ હશે.

જેને 3 : 2 લખાય અને "3 જેમ 2" વંચાય છે.

2. વ્યક્તિ દીઠ કિંમત શોધવા :

પરિવહનનો ખર્ચ= કુલ અંતર બંને તરફનું × ભાવ

= ₹ (55 × 2) × ₹ 12

= ₹ 110 × 12

= ₹ 1320

કુલ ખર્ચ = અલ્પાહારનો ખર્ચ + પરિવહનનો ખર્ચ

= ₹ 4280 + ₹ 1320

= ₹ 5600

કુલ વ્યક્તિઓ= 18 છોકરીઓ + 12 છોકરાઓ + 2 શિક્ષકો

= 32 વ્યક્તિઓ

પછી, આશિમા અને જ્હોને ત્રિરાશિની રીત વાપરીને માથા દીઠ કિંમત શોધી.

32 વ્યક્તિ માટે વપરાયેલી રકમ = ₹ 5600

તો એક વ્યક્તિ માટે વપરાયેલી રકમ $= \frac{5600}{32}$ = ₹ 175

3. પ્રથમ વિરામ સ્થળનું અંતર = 22 કિમી.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

અંતરની ટકાવારી શોધવા માટે

આશિમાની રીત		જ્હોને એકમની રીત વાપરી
$\frac{22}{55} = \frac{22}{55} \times \frac{100}{100} = \frac{40}{100}$ $= 40\%$ [તેણે ગુણોત્તરનો ગુણાકાર $\frac{100}{100} = 1$ વડે કર્યો અને ટકાવારીમાં રૂપાંતર કર્યું.]	અથવા	55 કિમીમાંથી 22 કિમી. અંતર કાપ્યું. 1 કિમીમાંથી $\frac{22}{55}$ કિમી. અંતર કાપ્યું 100 કિમીમાંથી $\frac{22}{55} \times 100$ કિમી અંતર કાપ્યું કુલ અંતરનું 40% અંતર કાપ્યું.

બંને જવાબ સરખા છે. આમ, તેઓ જે સ્થળે પહોંચ્યા છે તે સ્થળનું શાળાથી અંતર (કુલ અંતરના) 40% છે.

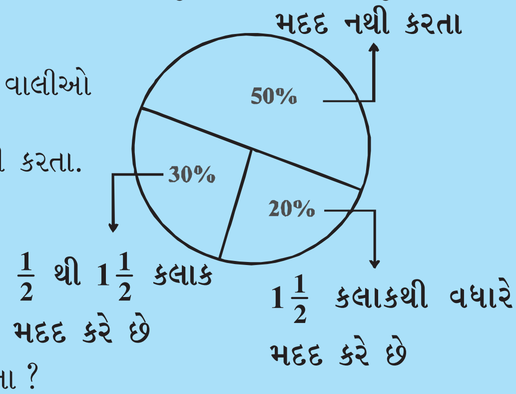
$\therefore$ બાકીના અંતરની ટકાવારી

$= 100\% - 40\% = 60\%$

પ્રયત્ન કરો

એક પ્રાથમિક શાળાના વિદ્યાર્થીઓના વાલીઓને પૂછવામાં આવ્યું કે તેઓ એક દિવસમાં કેટલા કલાક તેઓના બાળકોને ગૃહકાર્યમાં મદદ કરે છે ?

90 વાલીઓ એવા હતા કે જેઓ પોતાના બાળકને $\frac{1}{2}$ થી $1\frac{1}{2}$ કલાક મદદ કરે છે. બાજુની આકૃતિમાં વાલીઓ પોતાના બાળકને મદદ કરવા જે સમય ફાળવે છે, તેના પરથી તેઓનું (વાલીની સંખ્યાનું) વિભાજન કરેલ છે.



20% વાલીઓ $1\frac{1}{2}$ કલાકથી વધારે સમય મદદ કરે છે, 30% વાલીઓ $\frac{1}{2}$ થી $1\frac{1}{2}$ કલાક મદદ કરે છે અને 50% વાલીઓ મદદ નથી કરતા.

આ પરથી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

(i) કુલ કેટલા વાલીઓનો સર્વે કરવામાં આવ્યો ?

(ii) કેટલા વાલીઓ મદદ જ નહોતા કરતા ?

(iii) કેટલા વાલીઓ $1\frac{1}{2}$ કલાકથી વધારે સમય મદદ કરતા હતા ?

સ્વાધ્યાય 7.1

1. નીચે આપેલ સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર શોધો.
   (a) સાયકલની ઝડપ 15 કિમી/કલાક અને સ્કૂટરની ઝડપ 30 કિમી/કલાક
   (b) 5 મીટર અને 10 કિમી
   (c) 50 પૈસા અને ₹ 5 રૂપિયા
2. નીચે આપેલ ગુણોત્તરોનું ટકાવારીમાં રૂપાંતર કરો.
   (a) 3 : 4
   (b) 2 : 3
3. 25 વિદ્યાર્થીઓમાંથી 72% વિદ્યાર્થીઓ ગણિતમાં રસ લે છે, તો કેટલા વિદ્યાર્થી ગણિતમાં રસ લેતા નથી ?
4. એક ફૂટબૉલ ટીમ તેમણે રમેલી મૅચમાંથી 10 મૅચ જીતી હતી. જો તેમની જીતેલી મૅચની ટકાવારી 40% હોય તો તેઓ કુલ કેટલી મૅચ રમ્યા હશે ?
5. જો ચમેલી પાસે તેની રકમના 75% વાપર્યા પછી ₹ 600 બાકી રહ્યાં હોય, તો તેની પાસે શરૂઆતમાં કુલ કેટલી રકમ હશે ?

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

6. એક શહેરમાં કુલ વ્યક્તિમાંથી 60% વ્યક્તિઓને ક્રિકેટ , 30% વ્યક્તિઓને ફૂટબૉલ અને બાકીની વ્યક્તિઓને બીજી રમતો ગમે છે, તો અન્ય રમતો પસંદ કરતા વ્યક્તિઓની ટકાવારી કેટલી ? જો શહેરમાં કુલ 50 લાખ વ્યક્તિઓ હોય તો પ્રત્યેક રમત પસંદ કરનાર વ્યક્તિઓની કુલ સંખ્યા કેટલી હશે ?

7.2 વળતર શોધવું (Finding Discounts)

વળતર એ વસ્તુની છાપેલ કિંમતમાં આપેલ ઘટાડો છે. આમ તો વળતર ગ્રાહકોને વસ્તુઓ ખરીદવા માટે આકર્ષવા અથવા વસ્તુઓનું વેચાણ વધારવા માટે હોય છે. આપણે, છાપેલી કિંમતમાંથી વેચાણ કિંમત બાદ કરીને વળતર શોધી શકીએ છીએ.

તેથી

વળતર = છાપેલી કિંમત – વેચાણ કિંમત

ઉદાહરણ 2 : એક વસ્તુની છાપેલી કિંમત ₹ 840 છે અને તેની વેચાણ કિંમત ₹ 714 છે, તો વળતર અને વળતરની ટકાવારી શું થાય ?

ઉકેલ : વળતર = છાપેલ કિંમત – વેચાણ કિંમત

= ₹ 840 – ₹ 714

= ₹ 126

વળતર છાપેલ કિંમત પર હોવાથી આપણે છાપેલ કિંમતને આધાર તરીકે લઈશું.

₹ 840ની છાપેલી કિંમત પર વળતર ₹ 126 છે.

₹ 100ની છાપેલી કિંમત પર વળતર કેટલું હશે ?

વળતરની ટકાવારી = $\frac{126}{840} \times 100$

= 15%

જ્યારે વળતરની ટકાવારી આપી હોય ત્યારે પણ તમે વળતર શોધી શકો છો.

ઉદાહરણ 3 : ફ્રોકની યાદી મુજબની કિંમત ₹ 220 છે. વેચાણ પર 20% વળતર નક્કી કરેલ છે. તો ફ્રોક પર વળતર અને તેની વેચાણ કિંમત શોધો.

ઉકેલ : યાદી મુજબની કિંમત અને છાપેલ કિંમત એક જ કહેવાય.

20% વળતર એટલે ₹ 100 (છા. કિં.) પર ₹ 20નું વળતર

ત્રિરાશિની રીતથી ₹ 1 પર વળતર ₹ $\frac{20}{100}$ છે.

તો ₹ 220 પર વળતર = $\frac{20}{100} \times 220$ = ₹ 44

વેચાણ કિંમત = ₹ 220 – ₹ 44

= ₹ 176

રેહાનાએ વેચાણ કિંમત આ રીતે શોધી.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

20% વળતર એટલે ₹ 100ની વેચાણ કિંમત પર ₹ 20નું વળતર. તેથી વેચાણ કિંમત ₹ 80 થશે.
ત્રિરાશિની રીતથી ₹ 100ની છાપેલી કિંમત હોય ત્યારે વેચાણ કિંમત ₹ 80 થશે.

જ્યારે છાપેલી કિંમત ₹ 1 હોય ત્યારે વેચાણ કિંમત ₹ $\frac{80}{100}$ થશે.

તો જ્યારે છાપેલી કિંમત ₹ 220 હોય ત્યારે વેચાણ કિંમત = ₹ $\frac{80}{100} \times$ ₹ 220 = ₹ 176

પ્રયત્ન કરો

1. એક દુકાનદાર 20% વળતર આપે છે, તો નીચે આપેલી વસ્તુઓની વેચાણ કિંમત શું થશે ?
   (a) એક ડ્રેસ જેની છાપેલી કિંમત ₹ 120 છે.
   (b) એક જોડી બૂટ જેની છાપેલી કિંમત ₹ 750 છે.
   (c) એક થેલો જેની છાપેલી કિંમત ₹ 250 છે.
2. એક ટેબલ જેની છાપેલી કિંમત ₹ 15000 છે તે ₹ 14,400માં મળે છે. તેના પર મળેલ વળતર અને વળતરની ટકાવારી શોધો.
3. એક કબાટ 5% વળતર આપી ₹ 5,225માં વેચેલ છે તો તેની છાપેલ કિંમત શોધો.

7.2.1 ટકાવારીમાં અંદાજો

એક દુકાનનું તમારું બિલ ₹ 577.80 છે અને દુકાનદાર તમને 15% નું વળતર આપે છે. તમે ચૂકવવાના થતાં રૂપિયાનો અંદાજ કેવી રીતે મેળવશો ?

(i) ₹ 577.80ની રકમની નજીકના દશક સુધીની અંદાજિત કિંમત = ₹ 580

(ii) આ રકમના 10% શોધો.
અર્થાત્, ₹ $\frac{10}{100} \times 580$ = ₹ 58

(iii) આ રકમની અડધી રકમ એટલે $\frac{1}{2} \times$ ₹ 58 = ₹ 29

(iv) (ii) અને (iii)ની રકમનો સરવાળો કરો. એટલે ₹ 87 મળશે.
આ રીતે તમને તમારા બિલમાં ₹ 87 અથવા ₹ 85 ની છૂટ મળી શકે અને બિલ પેટે ચૂકવવાની કિંમત આશરે ₹ 495 થશે.
(1) ઉપરોક્ત બિલ પર 20% લેખે વળતર શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.
(2) ₹ 375ના 15% શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.

7.3 GST (Goods and Service Tax) આધારિત પ્રશ્નો

5DY6H4

શિક્ષકે વર્ગમાં બીલ બતાવી જેમાં નીચે મુજબનાં શિર્ષકો લખેલાં હતાં.

બીલ નંબર			તારીખ	
વિગત				
અનુક્રમ નંબર	વસ્તુ	જથ્થો	દર	મૂલ્ય
		બીલની રકમ + GST (5%)		
	કુલ			

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

વેચાણ કર (ST - Sales Tax) એ કોઈ પણ વસ્તુના વેચાણ ઉપર સરકાર દ્વારા વસુલવામાં આવતો કર છે. આ કર ગ્રાહક પાસેથી દુકાનદાર વસુલી અને સરકારમાં જમા કરાવે છે તે હમેંશા વસ્તુની વે.કિં. ઉપર જ ગણાય છે. જ્યારે મૂલ્ય વર્ધિત કર (VAT - Value Added Tax) એ વસ્તુની કિંમતમાં જ સમાવિષ્ટ હોય છે. તે અલગથી વસુલવામાં આવતો નથી.

1 જુલાઈ, 2017 થી ભારત સરકારે ST, VAT, ... વિગેરે જેવા વિવિધ કરને બદલે એક જ પ્રકારનો કર લાગુ પાડેલ છે. જે વસ્તુ અને સેવા કર (GST - Goods And Service Tax) ના નામથી ઓળખાય છે. આ કર વસ્તુની કિંમત અથવા સેવા અથવા બંને ઉપર વસુલવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 4 : એક દુકાનમાં પૈડાંવાળા બૂટની એક જોડની કિંમત ₹ 450 હતી. તેના પર 5% GST લેવામાં આવ્યો. તો બિલની રકમ શોધો.

ઉકેલ : ₹ 100 પર ₹ 5નો GST લેવામાં આવ્યો હતો,

તો ₹ 450 પર કેટલો GST ભરવો પડે $= \frac{5}{100} \times 450$

$= ₹\ 22.50$

બિલ કિંમત = વસ્તુની કિંમત + GST = 450 + 22.50 = ₹ 472.50

ઉદાહરણ 5 : વહીદા ₹ 2240માં 12% GST સાથે એરકૂલરની ખરીદી કરે છે. તો ટેક્ષ લાગ્યા પહેલાની કિંમત શોધો.

ઉકેલ : કિંમતમાં GST ઉમેરાય છે.

12% GST એટલે જો GST લગાવ્યા પહેલાની કિંમત ₹ 100 હોય તો GST લગાવ્યા સાથેની કિંમત ₹ 112 થાય.

હવે GST સાથેની કિંમત ₹ 112 ત્યારે મૂળકિંમત ₹ 100 હોય.

તો જ્યારે GST સાથેની કિંમત ₹ 2240 હોય તો મૂળકિંમત $= ₹\ \frac{100}{112} \times 2240 = ₹\ 2000$

ઉદાહરણ 6 : સલીમ એક વસ્તુ ₹ 784માં ખરીદે છે. જેમાં 12% GST સામેલ છે. તો GST ઉમેર્યા પહેલા આ વસ્તુની કિંમત શું હશે ?

ઉકેલ : ધારો કે વસ્તુની મૂ.કિ. ₹ 100 છે. GST = 12% છે.

∴ GST સહિત વસ્તુની કિંમત = ₹ (100 + 12) = ₹ 112

આમ, વે.કિં. ₹ 112 હોય તો મૂ.કિં. = ₹ 100

∴ વે.કિં. ₹ 784 હોય તો મૂ.કિં. $= ₹\ (\frac{100}{112} \times 784) = ₹\ 700$ થાય.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. કોઈ સંખ્યાની બમણી સંખ્યા એ 100%નો વધારો છે. જો આપણે તે સંખ્યાનો અડધો ભાગ લઈએ તો ટકાવારીમાં કેટલો ઘટાડો થશે ?
2. ₹ 2000 એ ₹ 2400 કરતાં કેટલા ટકા ઓછા છે ? ₹ 2400 એ ₹ 2000 કરતાં ટકાવારીમાં કેટલા વધુ છે ? શું બંને ફેરફાર સમાન છે ?

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

સ્વાધ્યાય 7.2

1. વેચાણ દરમ્યાન, એક દુકાનમાં બધી વસ્તુઓમાં છાપેલ કિંમત પર 10% વળતર મળતું હતું. તો એક ગ્રાહકને એક જોડી જીન્સ ₹ 1450 અને બે શર્ટ દરેકના ₹ 850ની છાપેલ કિંમત પર કેટલા રૂપિયા આપવા પડશે ?

2. એક T. V.ની કિંમત ₹ 13,000 છે. તેના પર 12% GST લગાડવામાં આવેલ છે. જો વિનોદને T.V. ખરીદવું હોય તો તેણે કેટલી રકમ ચૂકવવી પડે ?
3. અરુણે એક જોડી સ્કેટીંગ માટેના બૂટ 20%ના વળતર પર ખરીદ્યા. જો તેણે ₹ 1600 આપ્યા હોય તો તેની છાપેલ કિંમત શોધો.
4. મેં ₹ 5400 માં ''હેર-ડ્રાયર'' ખરીદ્યું. જેમાં 8 % GST લાગ્યો હતો. GST પહેલાંની કિંમત શોધો.
5. એક વસ્તુ 18% GST સાથે ₹ 1239 માં ખરીદવામાં આવે છે. વસ્તુની છાપેલી કિંમત શોધો.

7.4 ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ (Compound Interest)

તમે આવાં વાક્યો સાંભળ્યાં જ હશે. જેમકે '' 'સ્થાયી થાપણ' (fixed deposit) માટે બૅંકમાં 9% લેખે પ્રતિ વર્ષ વ્યાજ.'' અથવા ''બચત ખાતામાં પ્રતિ વર્ષ 5% વ્યાજ.''

> વ્યાજ એટલે વધારાની રકમ જે આપણને બૅંક અને ડાકઘર જેવી સંસ્થા દ્વારા આપવામાં આવે છે (જ્યારે આપણે તેમાં પૈસા જમા કરીએ છીએ). લોકો જ્યારે પૈસા ઉધાર લે છે ત્યારે તેમણે વ્યાજ આપવું પડે છે. સાદું વ્યાજ ગણતાં આપણને આવડે છે.

ઉદાહરણ 7 : ₹ 10,000 ની રકમ, 15% પ્રતિ વર્ષ વ્યાજ લેખે 2 વર્ષ માટે ઉછીની લેવામાં આવી છે. આ રકમ પર સાદું વ્યાજ અને વ્યાજમુદ્દલ શોધો.

ઉકેલ : ₹ 100 પર એક વર્ષનું વ્યાજ ₹ 15 થશે.

તો ₹ 10,000 પર વ્યાજ $= \frac{15}{100} \times$ ₹ 10,000 = ₹ 1500

2 વર્ષનું વ્યાજ = ₹ 1500 × 2 = ₹ 3000

બે વર્ષના અંતે આપવાની રકમ (વ્યાજમુદ્દલ) = મુદ્દલ + વ્યાજ

= ₹ 10,000 + ₹ 3000 = ₹ 13,000

પ્રયત્ન કરો

₹ 15,000નું 5% પ્રતિ વર્ષ વ્યાજ લેખે 2 વર્ષનું વ્યાજ અને વ્યાજ મુદ્દલ શોધો.

> મારા પપ્પાએ ડાકઘરમાં થોડા રૂપિયા 3 વર્ષ માટે મૂક્યા છે. દર વર્ષે આગલા વર્ષ કરતાં રૂપિયા વધે છે.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

અમારી પાસે બૅંકમાં થોડા રૂપિયા છે. એમાં દર વર્ષે થોડું વ્યાજ ઉમેરાય છે. જે પાસબુકમાં જોઈ શકાય છે. આ વ્યાજ સરખું નથી, તે દર વર્ષે વધે છે.

સામાન્ય રીતે, જે વ્યાજ ચૂકવવામાં કે આપવામાં આવે છે તે ક્યારેય સાદું નથી હોતું. આ વ્યાજની ગણતરી આગલા વર્ષના વ્યાજમુદ્દલ પર કરવામાં આવે છે. આ વ્યાજને ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કહેવાય છે.

ચાલો, એક ઉદાહરણ લઈએ અને વર્ષ દીઠ વ્યાજ શોધીએ. દર વર્ષે આપણી રકમ અથવા મુદ્દલ બદલાશે.

ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજની ગણતરી

હીનાએ ₹ 20,000ની રકમ વાર્ષિક 8% ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે લીધી. ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ અને જે રકમ 2 વર્ષના અંતે આપવી પડશે એ કુલ રકમ શોધો.

અસલમે તેના શિક્ષકને પૂછ્યું કે, ''આનો અર્થ એમ કે તેણે વર્ષ-પ્રતિ વર્ષ (દર વર્ષનું) વ્યાજ શોધવું.'' શિક્ષકે જવાબ આપ્યો ''હા'' અને અસલમને આ પ્રમાણે કરવા કહ્યું.

1. સાદું વ્યાજ એક વર્ષ માટે શોધો.

   પ્રથમ વર્ષના મુદ્દલને આપણે P_1 કહીએ. અહીં P_1 = ₹ 20,000

   સાદું વ્યાજ (SI – Simple Interest) = સાદું વ્યાજ 8% લેખે પ્રથમ વર્ષ માટે

   $$= \frac{20000 \times 8}{100} = ₹\ 1600$$

2. હવે, તેને આપેલ કે મેળવેલ વ્યાજમુદ્દલ શોધો. આ આપણા માટે પછીના વર્ષની મુદ્દલ બનશે.

   પ્રથમ વર્ષના અંતે રકમ = $P_1 + SI_1$ = ₹ 20,000 + ₹ 1600

   = ₹ 21,600 (બીજા વર્ષનું મુદ્દલ)

3. ફરી આ રકમ પર બીજા વર્ષનું વ્યાજ શોધો.

   SI_2 = સાદું વ્યાજ 8% લેખે બીજા વર્ષ માટે = ₹ $\frac{21600}{100} \times 8$

   = ₹ 1728

4. બીજા વર્ષના અંતે મેળવેલ કે ચૂકવેલ વ્યાજમુદ્દલ શોધો.

   બીજા વર્ષના અંતે વ્યાજમુદ્દલ = $P_2 + SI_2$

   = ₹ 21600 + ₹ 1728

   = ₹ 23328

   કુલ વ્યાજ = ₹ 1600 + ₹ 1728

   = ₹ 3328

રીટાએ પૂછ્યું આ રકમ સાદા વ્યાજ માટે જુદી હશે ? તો શિક્ષકે કહ્યું, ''બે વર્ષના અંતે વ્યાજ શોધો અને તમે પોતે જ ચકાસી લો.''

$$\text{સાદું વ્યાજ બે વર્ષ માટે} = \frac{20000 \times 8 \times 2}{100} = ₹\ 3200$$

રીટાએ કહ્યું કે જ્યારે હીનાએ ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે રકમ લીધી તો ₹ 128 વધારે આપવા પડ્યા.

ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત જુઓ. આપણે ₹ 100 થી શરૂ કરીએ.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

		સાદા વ્યાજ હેઠળ	ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ હેઠળ
પ્રથમ વર્ષ	મુદ્દલ	₹ 100.00	₹ 100.00
	10% વ્યાજ	₹ 10.00	₹ 10.00
	વર્ષાંતે કિંમત	₹ 110.00	₹ 110.00
બીજું વર્ષ	મુદ્દલ	₹ 100.00	₹ 110.00
	10% વ્યાજ	₹ 10.00	₹ 11.00
	વર્ષાંતે કિંમત	₹ (110 + 10) = ₹ 120	₹ 121.00
ત્રીજું વર્ષ	મુદ્દલ	₹ 100.00	₹ 121.00
	10% વ્યાજ	₹ 10.00	₹ 12.10
	વર્ષાંતે કિંમત	₹ (120 + 10) = ₹ 130	₹ 133.10

એટલે કે, તમે વ્યાજનું પણ વ્યાજ ચૂકવો છો.

અહીં, નોંધ લઈએ કે 3 વર્ષમાં,

સાદા વ્યાજમાં મળતું વ્યાજ = ₹ 130 − ₹ 100 = ₹ 30

ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજમાં મળતું વ્યાજ = ₹ 133.10 − ₹ 100 = ₹ 33.10

અહીં નોંધ લઈએ કે, સાદા વ્યાજમાં મુદ્દલની રકમ સરખી રહે છે, જ્યારે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજમાં તે વર્ષ દીઠ બદલાય છે.

7.5 ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજના સૂત્રની તારવણી

ઝુબેદાએ શિક્ષકને પૂછ્યું, "શું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ શોધવાનો કોઈ સરળ રસ્તો છે ?" શિક્ષકે કહ્યું, 'ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ શોધવાનો સરળ રસ્તો છે. ચાલો તેને શોધવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

ધારો કે P_1 એ રકમ છે, જેનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ R% પ્રતિ વર્ષ લેખે ગણવાનું છે.

તેથી P_1 = ₹ 5000, R = 5% પ્રતિ વર્ષ હવે ઉપરનાં સોપાનો પ્રમાણે

1. $SI_1 = ₹\ \frac{5000 \times 5 \times 1}{100}$ અથવા $SI_1 = ₹\ \frac{P_1 \times R \times 1}{100}$

$A_1 = ₹\ 5000 + \frac{5000 \times 5 \times 1}{100}$ અથવા $A_1 = P_1 + SI_1$

$= ₹\ 5000 \left(1 + \frac{5}{100}\right) = P_2$

$= P_1 + \frac{P_1 R}{100}$

$= P_1 \left(1 + \frac{R}{100}\right) = P_2$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

2. $SI_2 = ₹\ 5000 \left(1 + \frac{5}{100}\right) \times \frac{5 \times 1}{100}$ અથવા $SI_2 = \frac{P_2 \times R \times 1}{100}$

$= ₹\ \frac{5000 \times 5}{100} \left(1 + \frac{5}{100}\right)$ $\qquad = P_1 \left(1 + \frac{R}{100}\right) \times \frac{R}{100}$

$\qquad = \frac{P_1 R}{100} \left(1 + \frac{R}{100}\right)$

$A_2 = ₹\ 5000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)$ અથવા $A_2 = P_2 + SI_2$

$+ \frac{5000 \times 5}{100} \left(1 + \frac{5}{100}\right)$ $\qquad = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right) + \frac{P_1 R}{100}\left(1+\frac{R}{100}\right)$

$= ₹\ 5000 \left(1+\frac{5}{100}\right)\left(1+\frac{5}{100}\right)$ $\qquad = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right) \cdot \left[1+\frac{R}{100}\right]$

$= ₹\ 5000 \left(\frac{1+5}{100}\right)^2 = P_3$ $\qquad = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^2 = P_3$

આ રીતે આગળ વધતાં, 'n' વર્ષના અંતે મળતી રકમ,

$$A_n = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

અથવા આપણે એમ પણ કહી શકીએ.

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

તેથી ઝુબેદાએ કહ્યું, પણ આનો ઉપયોગ કરીને આપણે માત્ર n વર્ષના અંતે ચૂકવેલ રકમનું સૂત્ર મેળવી શકીએ અને ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજનું (CI – Compound Interest) સૂત્ર મેળવી શકતા નથી.

અરુણાએ કહ્યું, આપણે જાણીએ છીએ કે CI = A – P (= Amount – Principal) તેથી આપણે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ સહેલાઈથી શોધી શકીએ.

ઉદાહરણ 8 : ₹ 12600 પર 10% પ્રતિ વર્ષના દરે 2 વર્ષ માટે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ શોધો.

ઉકેલ : આપણી પાસે $A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$ છે. જ્યાં P = ₹ 12600, R = 10, $n = 2$

$$A = 12600 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 = ₹\ 12600 \left(\frac{11}{10}\right)^2$$

$$= 12600 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} = ₹\ 15246$$

$$CI = A - P = ₹\ 15246 - ₹\ 12600 = ₹\ 2646$$

પ્રયત્ન કરો

1. ₹ 8000 પર 5% પ્રતિ વર્ષ વ્યાજ દરે 2 વર્ષ માટે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ શોધો.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

7.6 ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજના સૂત્રની ઉપયોગિતા

ઘણી પરિસ્થિતિઓ એવી છે જેમાં આપણે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ(CI)માં વ્યાજમુદ્દલની ગણતરી કરવા માટેના સૂત્રનો ઉપયોગ કરી શકીએ. અહીં થોડાં ઉદાહરણો આપ્યાં છે.

(i) જનસંખ્યામાં વધારો (અથવા ઘટાડો)

(ii) જો વિકાસનો દર ખબર હોય તો બૅક્ટેરિયાનો વિકાસ જાણવા માટે.

(iii) કોઈ પણ વસ્તુનું મૂલ્ય જાણવા, જો મધ્યવર્તી વર્ષોમાં તેની કિંમતમાં વધારો અથવા ઘટાડો થતો હોય.

ઉદાહરણ 9 : એક શહેરની જનસંખ્યા વર્ષ 1997 માં 20,000 હતી. તે વર્ષ દીઠ 5%ના દરે વધતી હતી. તો વર્ષ 2000ના અંતે શહેરની જનસંખ્યા શોધો.

ઉકેલ : અહીં જનસંખ્યામાં પ્રતિ વર્ષ 5%નો વધારો થાય છે. તેથી દર નવા વર્ષે નવી જનસંખ્યા મળે છે. તેથી આપણે કહી શકીએ કે વધારો ચક્રવૃદ્ધિ છે.

વર્ષ 1998 ની શરૂઆતમાં જનસંખ્યા = 20,000 (આને આપણે પ્રથમ વર્ષનું મુદ્દલ ગણીશું)

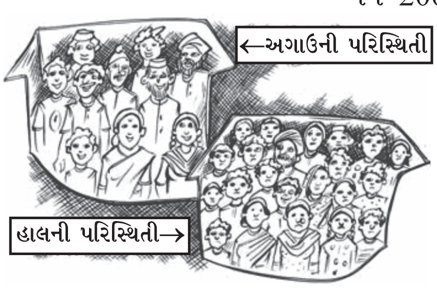
5% નો વધારો $= \frac{5}{100} \times 20{,}000 = 1000$

વર્ષ 1999 માં જનસંખ્યા $= 20000 + 1000 = 21000$ (આને બીજા વર્ષ માટે મુદ્દલ લઈશું.)

5% નો વધારો $= \frac{5}{100} \times 21000 = 1050$

વર્ષ 2000ની જનસંખ્યા $= 21000 + 1050$

$= 22050$ (આને ત્રીજા વર્ષ માટે મુદ્દલ લઈશું.)



5% નો વધારો $= \frac{5}{100} \times 22050$

$= 1102.5$

વર્ષ 2000ના અંતે જનસંખ્યા $= 22050 + 1102.5 = 23152.5$

અથવા, સૂત્રની રીતે

વર્ષ 2000ના અંતે જનસંખ્યા $= 20000\left[1 + \frac{5}{100}\right]^3$

$= 20000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$

$= 23152.5$

તેથી અંદાજિત જનસંખ્યા $= 23153$

અરુણાએ પૂછ્યું કે ઘટાડો થયો હોય તો શું કરવું ? શિક્ષકે નીચે મુજબનું ઉદાહરણ આપ્યું.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

ઉદાહરણ 10 : એક ટી.વી. ₹ 21,000 માં ખરીદવામાં આવ્યું હતું. એક વર્ષ પછી ટી.વી.ની કિંમતમાં 5% નો ઘટાડો થયો. એક વર્ષ પછીની ટી.વી.ની કિંમત શોધો.

ઉકેલ :

મુદ્દલ = ₹ 21,000

ઘટાડો = વાર્ષિક ₹ 21,000ના 5%ના દરે

$= \frac{21000 \times 5 \times 1}{100} = ₹\ 1050$

એક વર્ષના અંતે ટી.વી.ની કિંમત = ₹ 21,000 − ₹ 1050 = ₹ 19,950

બીજી રીત : આ ઉકેલ નીચે મુજબ સીધી રીતે મેળવી શકીએ.

એક વર્ષના અંતે ટી.વી.ની કિંમત $= ₹\ 21,000 \times \left(1 - \frac{5}{100}\right)$

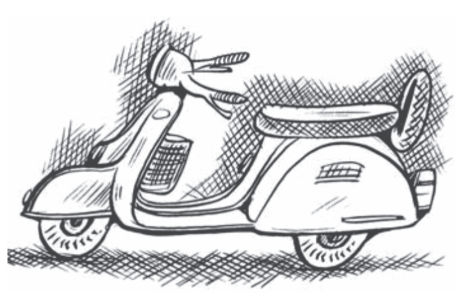
$= ₹\ 21,000 \times \frac{19}{20} = ₹\ 19,950$

પ્રયત્ન કરો

1. ₹ 10,500 ની યંત્રસામગ્રીમાં 5% નો ઘટાડો થયો. તો એક વર્ષ પછી તેની કિંમત શોધો.
2. એક શહેરની હાલની જનસંખ્યા 12 લાખ છે, તેમાં પ્રતિ વર્ષ 4% નો વધારો થાય છે. તો બે વર્ષ પછી શહેરની જનસંખ્યા શોધો.

સ્વાધ્યાય 7.3

1. એક સ્થળની જનસંખ્યા વર્ષ 2003 માં 5% પ્રતિ વર્ષના દરે વધીને 54,000 થાય છે.
   (i) 2001ની જનસંખ્યા શોધો.
   (ii) 2005માં જનસંખ્યા શું હશે ?
2. એક પ્રયોગશાળામાં એક પ્રયોગમાં બૅક્ટેરિયાની સંખ્યા પ્રતિ કલાકે 2.5%ના દરે વધતી હતી, જો પહેલાં બૅક્ટેરિયાની સંખ્યા 5,06,000 હોય તો બે કલાક પછી બૅક્ટેરિયાની સંખ્યા કેટલી હશે ?
3. એક સ્કૂટર ₹ 42,000 માં ખરીદવામાં આવ્યું. તેની કિંમતમાં 8%ના દરે પ્રતિ વર્ષનો ઘટાડો આવ્યો. તો એક વર્ષના અંતે તેની કિંમત શોધો.



Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. વળતર એટલે છાપેલી કિંમતમાં આપેલી છૂટ.
   વળતર = છાપેલી કિંમત – વેચાણ કિંમત
2. જ્યારે ટકાવારી આપી હોય ત્યારે વળતર શોધી શકાય.
   વળતર = છાપેલી કિંમત પર વળતરની ટકાવારી
3. વસ્તુ ખરીદ્યા બાદ જે વધારાનો ખર્ચ થયો હોય તેને મૂળ કિંમત સાથે જોડવામાં આવે છે તેને પડતર કિંમત કહે છે.
   પડતર કિંમત = ખરીદે કિંમત + વધારાનો ખર્ચ
4. જે તે વસ્તુના વેચાણ પર સરકાર દ્વારા વસુલવામાં આવતો કર એટલે વેચાણ કર. (ST)
   વેચાણ કર (ST) = બીલની રકમ પરનો કર (%માં)
5. GST અર્થાત્, વસ્તુ અને સેવા કર. આ કર વસ્તુની કિંમત કે સેવા કે બંને ઉપર વસુલ કરવામાં આવે છે.
6. ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ એવું વ્યાજ છે જેને ગણવા માટે આગળના વર્ષના વ્યાજમુદ્દલને મુદ્દલ તરીકે લેવામાં આવે છે. અર્થાત્ (A = P + I).

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in